

VIO/SLAM: бібліотека нев'язок

Українська прикладна математика

2026-06-02

1 Бібліотека VIO/SLAM-нев'язок: розширений перекладний блок

Джерельний блок: Похідний практичний модуль для current VIO/SLAM, event-camera, LiDAR/radar, map-aided localization.

1.1 Загальна схема

Кожна нев'язка повинна мати однаковий опис: стан, вимір, прогноз, нев'язка, Якоб'іан, коваріація, одиниці, відмова/деградація. У TeX-модулі це краще тримати як повторюваний шаблон, щоб локальні агенти не перетворювали статті на несумісні фрагменти.

Нехай стан у вузлі i :

$$x_i = (R_i, p_i, v_i, b_i^a, b_i^\omega), \quad (1)$$

а поза камери відносно тіла $T_{CB} = (R_{CB}, p_{CB})$. Точка світу P^W проектується як

$$P^C = R_{CB} R_i^T (P^W - p_i) + p_{CB}, \quad \hat{u} = \pi(K P^C). \quad (2)$$

1.2 IMU preintegration

Для інтервалу $[i, j]$ preintegration дає виміри $\hat{\alpha}_{ij}, \hat{\beta}_{ij}, \hat{\gamma}_{ij}$. Нев'язка:

$$r_\alpha = R_i^T (p_j - p_i - v_i \Delta t - \frac{1}{2} g \Delta t^2) - \hat{\alpha}_{ij}, \quad (3)$$

$$r_\beta = R_i^T (v_j - v_i - g \Delta t) - \hat{\beta}_{ij}, \quad (4)$$

$$r_\gamma = 2 \text{vec} \left(\hat{\gamma}_{ij}^{-1} \otimes q_i^{-1} \otimes q_j \right), \quad (5)$$

$$r_b = \begin{bmatrix} b_j^a - b_i^a \\ b_j^\omega - b_i^\omega \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Одиниці: r_α у метрах, r_β у m/s , r_γ у радіанах. Коваріація preintegration має переносити шум IMU, зміщення і дискретизаційний крок.

1.3 Reprojection residual

Для ознаки P^W і піксельного виміру u :

$$r_{\text{repr}} = u - \pi \left(K T_{CB} T_{BW} P^W \right). \quad (7)$$

Якобіан має містити похідну проекції, похідну камерального перетворення і похідну пози/точки:

$$J = \frac{\partial r}{\partial \pi} \frac{\partial \pi}{\partial P^C} \frac{\partial P^C}{\partial \delta x}. \quad (8)$$

Типова помилка перекладу - назвати T_{CB} "позицією камери" без уточнення напрямку перетворення. Треба явно писати: з body у camera або з camera у body.

1.4 Direct photometric alignment

Для пікселя u у кадрі i з глибиною $d(u)$:

$$r_{\text{photo}} = I_j \left(\pi \left(T_{ji} \pi^{-1}(u, d(u)) \right) \right) - I_i(u). \quad (9)$$

Цей блок потребує робастних втрат, бо яскравість, blur, експозиція і динамічні об'єкти створюють heavy-tail залишки.

1.5 Optical-flow residual

Якщо потік дає відповідність $u_i \mapsto u_j$, то

$$r_{\text{flow}} = u_j - \pi \left(T_{ji} \pi^{-1}(u_i, d_i) \right). \quad (10)$$

При невідомій глибині треба або оцінювати inverse depth $\lambda = 1/d$, або тримати епіполяру нев'язку.

1.6 Event-camera residual

Подія має вигляд

$$e_k = (u_k, t_k, p_k), \quad (11)$$

де u_k - піксель, t_k - час, $p_k \in \{-1, +1\}$ - полярність. Для time surface $S(u, t)$ можна писати нев'язку

$$r_{\text{event}} = S(\pi(T(t_k)P), t_k) - S_{\text{ref}}(u_k). \quad (12)$$

Критично: події асинхронні. Стан $T(t_k)$ або інтерполюється між вузлами, або оцінюється неперервно-часовою моделлю. Тому цей розділ пов'язаний з B-spline/GP state estimation.

1.7 LiDAR point-to-plane residual

Для точки p_l і площини з нормаллю n та точкою p_0 :

$$r_{\text{plane}} = n^T (T p_l - p_0). \quad (13)$$

Цей залишок має одиниці метрів і добре працює для локальної геометрії, але погано визначає рух уздовж великих плоских поверхонь без додаткових факторів.

1.8 Radar/Doppler residual

Для радіального виміру швидкості:

$$r_{\text{doppler}} = z_v - \hat{d}^T (v + \omega \times r_s), \quad (14)$$

де \hat{d} - одиничний напрямок променя, r_s - плече сенсора відносно тіла. Цей фактор корисний там, де візуальна текстура погана, але має складну модель outlier-ів.

1.9 Map/heightmap alignment

Для висотної карти $h_M(x, y)$ і оціненого положення $p = (x, y, z)$:

$$r_h = z - h_M(x, y). \quad (15)$$

Якобіан:

$$\frac{\partial r_h}{\partial p} = [-\partial_x h_M \quad -\partial_y h_M \quad 1]. \quad (16)$$

Це добрий приклад, де сучасна література прямо підказує математичний блок для перекладу: drift correction = residual + robust loss + map uncertainty.

1.10 Робастні втрати

Huber:

$$\rho(s) = \begin{cases} s, & s \leq c^2, \\ 2c\sqrt{s} - c^2, & s > c^2. \end{cases} \quad (17)$$

Cauchy:

$$\rho(s) = c^2 \log \left(1 + \frac{s}{c^2} \right). \quad (18)$$

Для кожної нев'язки потрібно вказувати, чи робастність застосовується до скалярного залишку, до χ^2 -нормованого залишку, або до блока векторної нев'язки.

1.11 Перевірки консистентності

Для фільтрів:

$$\text{NIS} = r^\top S^{-1} r, \quad \text{NEES} = e^\top P^{-1} e. \quad (19)$$

Для SLAM/VIO:

$$\text{ATE} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_k \|p_k - \hat{p}_k\|^2}, \quad \text{RPE}_{ij} = \text{Log} \left((T_i^{-1} T_j)^{-1} (\hat{T}_i^{-1} \hat{T}_j) \right). \quad (20)$$

Ці метрики мають перекладатися разом з формулами, інакше статті про VIO лишаються набором алгоритмічних тверджень без способу перевірити якість.